



Didaktik der Arithmetik Klasse 1-3

SS 2009

Hans-Dieter Rinkens

Inhalt

- Lehrplan Mathematik für die Grundschule des Landes NRW
- Arithmetische Vorkenntnisse am Schulanfang
- Zahlaspekte, Zählen, Zahlzeichen
- Zum Gleichheitszeichen
- Materialien im Anfangsunterricht
- Addieren und Subtrahieren: Grundvorstellungen und Grundverständnis
- Beginn der Rechenfertigkeit bei Erstklässlern
- Addieren und Subtrahieren: Rechen-Strategien
- **Der Zahlenraum bis 100: Aufbau und additives Rechnen**
- Multiplizieren und Dividieren: Grundvorstellungen, Grundverständnis, Einmaleins
- Prinzipien des Übens
- Der Zahlenraum bis 1 Million: Stellenwertsystem
- Halbschriftliches Rechnen
- Umgang mit Daten und Größen: Sachrechnen
- Rechenstörung: Prävention und Förderung (Dr. Thomas Rottmann)

Der Zahlenraum bis 100: Aufbau und additives Rechnen

- Kernlehrplan Mathematik für die Grundschule
- Aufbau des Zahlenraums bis 100
 - Reihung und Bündelung
 - Hunderter-Feld und Hunderter-Tafel
 - Zahlenreihe und Zahlenstrahl
- Abfolge der arithmetischen Inhalte in Klasse 2
- Additives Rechnen im Zahlenraum bis 100
 - Spektrum der Aufgaben
 - Analoge Beherrschung des Zahlenraums bis 100
 - Strategische Beherrschung des Zahlenraums bis 100
 - Halbschriftliches Rechnen

Ministerium für Schule und Weiterbildung – NRW Lehrplan Mathematik für die Grundschule des Landes NRW

Bereich: Zahlen und Operationen **Schwerpunkt: Zahlvorstellungen**

Kompetenzerwartungen am Ende der Schuleingangsphase

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen Zahlen im Zahlenraum bis 100 unter Anwendung der Struktur des Zehnersystems dar (Prinzip der **Bündelung**, **Stellenwertschreibweise**)
- **wechseln** zwischen verschiedenen **Zahldarstellungen** und erläutern Gemeinsamkeiten und Unterschiede an Beispielen
- nutzen **Strukturen in Zahldarstellungen** zur Anzahlerfassung im Zahlenraum bis 100
- orientieren sich im Zahlenraum bis 100 durch **Zählen** (in Schritten) sowie durch **Ordnen** und **Vergleichen** von Zahlen

Bereich: Zahlen und Operationen
Schwerpunkt: Zahlvorstellungen

Die Schülerinnen und Schüler

- entdecken und beschreiben **Beziehungen zwischen Zahlen** mit eigenen Worten (z. B. *ist Vorgänger/Nachfolger von, ist die Hälfte/das Doppelte von, ist um 3 größer*)

Bereich: Zahlen und Operationen
Schwerpunkt: Schnelles Kopfrechnen

Kompetenzerwartungen am Ende der Schuleingangsphase

Die Schülerinnen und Schüler

- verfügen über Kenntnisse und Fertigkeiten beim schnellen Kopfrechnen im Zahlenraum bis 100 (z. B. *erfassen schnell strukturierte Anzahlen, ergänzen auf Stufenzahlen, rechnen mit Zehnerzahlen, zählen vorwärts- und rückwärts in Schritten, verdoppeln und halbieren*)

Bereich: Zahlen und Operationen
Schwerpunkt: Zahlenrechnen

Kompetenzerwartungen am Ende der Schuleingangsphase

Die Schülerinnen und Schüler

- lösen Additions- und Subtraktionsaufgaben im Zahlenraum bis 100 unter **Ausnutzung von Rechengesetzen** und **Zerlegungsstrategien** mündlich oder halbschriftlich (auch unter Verwendung von Zwischenformen)
- nutzen Zahlbeziehungen (z. B. *Nachbarzahlen*) und Rechengesetze (z. B. *Kommutativgesetz*) für **vorteilhaftes Rechnen**
- **beschreiben (eigene) Rechenwege** für andere nachvollziehbar mündlich oder in schriftlicher Form

Aufbau des Zahlenraums bis 100: Reihung und Bündelung

Zu Beginn der Klasse 2 „kennen“ viele Kinder schon „die“ Zahlen über 20 hinaus.

Dieses Kennen ist meist an **subjektive Erfahrungsbereiche** gebunden.

Dieses Kennen kann heißen: Sie können

- gesprochenes Zahlwort und geschriebenes Zahlzeichen einander zuordnen
- die gesprochene und/oder die geschriebene Zahlenreihe fortsetzen
- in konkreten Situationen über 20 hinaus (z.B. zählend) rechnen

Was ist noch zu tun?

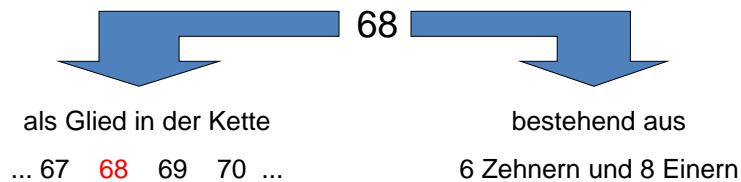
Die **Strukturen** bewusst machen und zur **Sprache** bringen

Aufbau des Zahlenraums bis 100: Reihung und Bündelung

Die **fundamentalen Aktivitäten/ Strukturen** sind

Reihung und **Bündelung**

Beide Aspekte sind wichtig:



Aufbau des Zahlenraums bis 100: Reihung und Bündelung

Reihung

als fundamentale Aktivität/ Struktur

Fortsetzung der Zahlenreihe

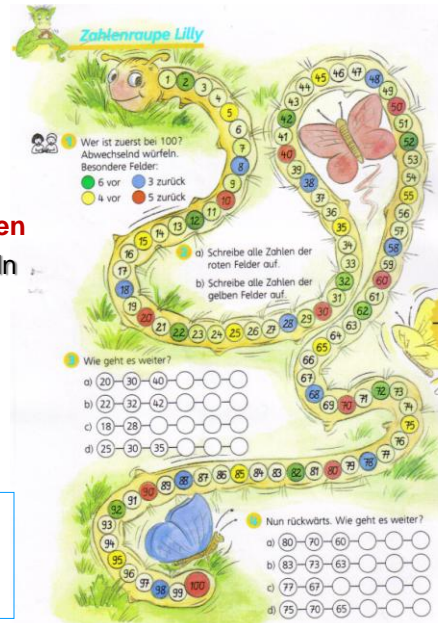
mündliches und schriftliches Weiterzählen

durch Anwenden der Konstruktionsregeln
der (Wort- oder Schrift-) Zeichenfolge

Möglicher Einstieg in Reihung:
Wege-Spiel

Ziel:

„orientieren sich im Zahlenraum bis
100 durch Zählen (in Schritten)“ (LP)



Aufbau des Zahlenraums bis 100: Reihung und Bündelung

Bündelung

als fundamentale Aktivität/ Struktur

Weiterentwicklung der Zerlegung

Fortgesetzte Zehner-Bündelung und

Notierung nach dem Stellenwert-Prinzip

Möglicher Einstieg:
Schätzaufgabe
(unstrukturiertes Material)
mit der Aufforderung, die
Anzahl genau zu
bestimmen.

Ziel

Strukturieren durch
Zehner-Bündelung und
ihre Notation



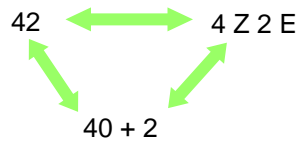
Aufbau des Zahlenraums bis 100: Reihung und Bündelung

Zehner-Bündelung und ihre Notation

„Die Schülerinnen und Schüler

- **wechseln** zwischen verschiedenen **Zahldarstellungen** und erläutern Gemeinsamkeiten und Unterschiede an Beispielen“

Verschiedene Weisen der Notation

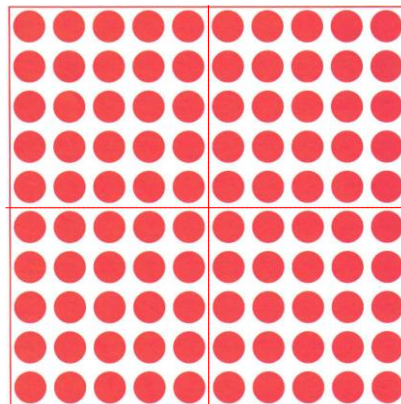


Synthese und Analyse der Zahlzeichen

Aufbau des Zahlenraums bis 100: Hunderter-Feld und Hunderter-Tafel

Hunderter-Feld als **strukturiertes Material**

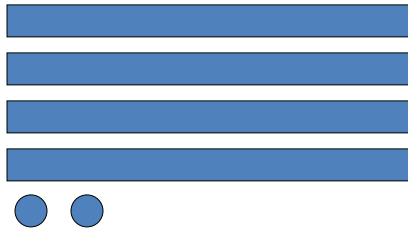
- gibt die **Bündelung** **augenfällig** wieder
- dient der **Entwicklung der Größenvorstellung** der Zahlen bis 100
- kann **Grundlage für das handelnde Rechnen** sein
- betont den **Anzahlaspekt** (Kardinalzahlaspekt) der Zahlen



Aufbau des Zahlenraums bis 100: Hunderter-Feld und Hunderter-Tafel

Strich-Punkt-Darstellung („Geheimschrift“):

Strich für Zehner-Bündel, Punkt für Einer



- löst die Ganzheit beim Hunderter-Feld auf
- trennt anschaulich nach Zehnern und Einern
- nimmt **Mittel-Rolle** zwischen Hunderter-Feld und Ziffern-Darstellung ein
- betont den **Anzahlaspekt** (Kardinalzahlaspekt) der Zahlen

Aufbau des Zahlenraums bis 100: Hunderter-Feld und Hunderter-Tafel

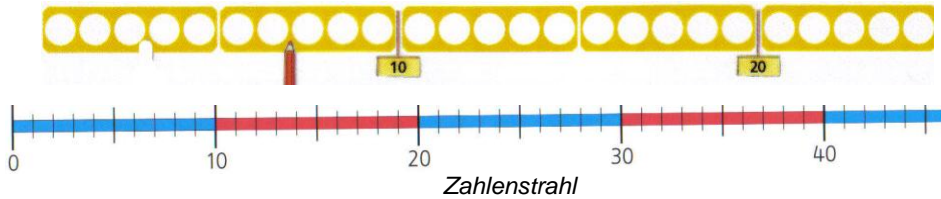
Hunderter-Tafel = feldartige Anordnung der Zahlen

- verdeutlicht den **analogen Aufbau der einzelnen Zehner**
- verdeutlicht die **Zehner-Struktur des Hunderters**

Übungen zur
Orientierung
in der Hundertertafel

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Aufbau des Zahlenraums bis 100: Zahlenreihe und Zahlenstrahl



Zahlenstrahl

- betont **Reihung** und **Größenvergleich** durch die **lineare Anordnung**
- betont die **Rhythmisierung** der Reihen-Bildung **durch Zehner-Zahlen**

Aufbau des Zahlenraums bis 100: Zahlenreihe und Zahlenstrahl

Zahlenstrahl

hilfreich zum Erwerb der **Kompetenzen** (LP):

„Die Schülerinnen und Schüler

- orientieren sich im Zahlenraum bis 100 durch **Zählen** (in Schritten) sowie durch **Ordnen** und **Vergleichen** von Zahlen
- entdecken und beschreiben **Beziehungen zwischen Zahlen** mit eigenen Worten (z. B. *ist Vorgänger/Nachfolger von, ist um 3 größer*)
- nutzen Zahlbeziehungen (z. B. **Nachbarzahlen**) für vorteilhaftes Rechnen
- verfügen über Kenntnisse und Fertigkeiten beim schnellen Kopfrechnen im Zahlenraum bis 100 (z. B. *ergänzen auf Stufenzahlen, zählen vorwärts- und rückwärts in Schritten*)“

Aufbau des Zahlenraums bis 100: Reihung und Bündelung

Das Wort „**Zehner**“

hat unterschiedliche Bedeutungen:

- **Zehner-Bündel**, abgekürzt mit Z;
(3 Z, gelesen „drei Zehner“)
- **Zehner-Zahl**;
(die Nachbar-Zehner von 42 sind 40 und 50)
- **Zehner-Raum** = **Zahlenraum** zwischen zwei Zehner-Zahlen;
(der vierte Zehner umfasst die Zahlen von 31 bis 40)

Abfolge der arithmetischen Inhalte in Klasse 2

Inhalte sind:

- **additives Rechnen** (Addieren und Subtrahieren) im Zahlenraum bis 100
- **Einführung in das multiplikative Rechnen**:
Grundvorstellungen und Grundverständnis des Multiplizierens und
Dividierens bis hin zur Automatisierung des Einmaleins.

Hinsichtlich der **Abfolge** der Themen
gibt es verschiedene Wege

Abfolge der arithmetischen Inhalte in Klasse 2

Variante A:

- Aufbau des Zahlenraums bis 100 und additives Rechnen bis zur **analogen** Beherrschung des neuen Zahlenraums
- Grundvorstellungen und Grundverständnis des Multiplizierens und Dividierens, Behandlung der Einmaleins-Reihen
- Additives Rechnen bis zur **strategischen** Beherrschung des Zahlenraums bis 100, „halbschriftliches Rechnen“

Variante B:

- Aufbau des Zahlenraums bis 100 und additives Rechnen bis zur strategischen Beherrschung des neuen Zahlenraums einschließlich des halbschriftlichen Rechnens
- Grundvorstellungen und Grundverständnis des Multiplizierens und Dividierens, Behandlung der Einmaleins-Reihen

Additives Rechnen im Zahlenraum bis 100 Spektrum der Aufgaben

Spektrum der Aufgaben

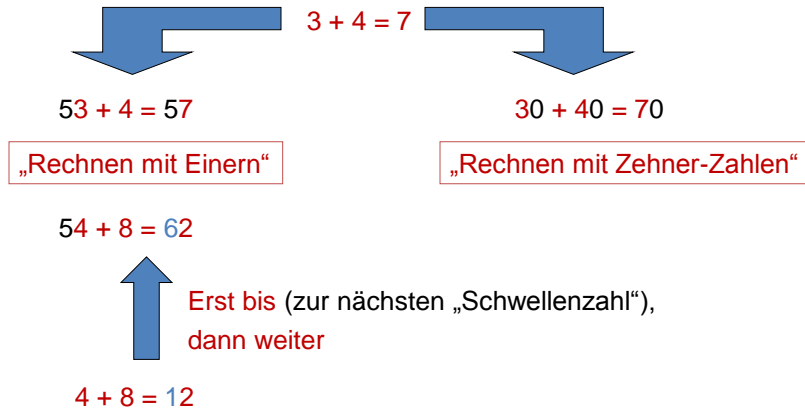
- Gedächtnismäßige Beherrschung des „kleinen Einspluseins“
Zahlenraum bis 20
- Analoge Beherrschung des Zahlenraums bis 100
verbunden mit dem Aufbau des Zahlenraums
(Grundvorstellungen des Bündelns und des Weiterzählens)
- Strategische Beherrschung des Zahlenraums bis 100
„halbschriftliches Rechnen“



Bestand variiert von Kind zu Kind

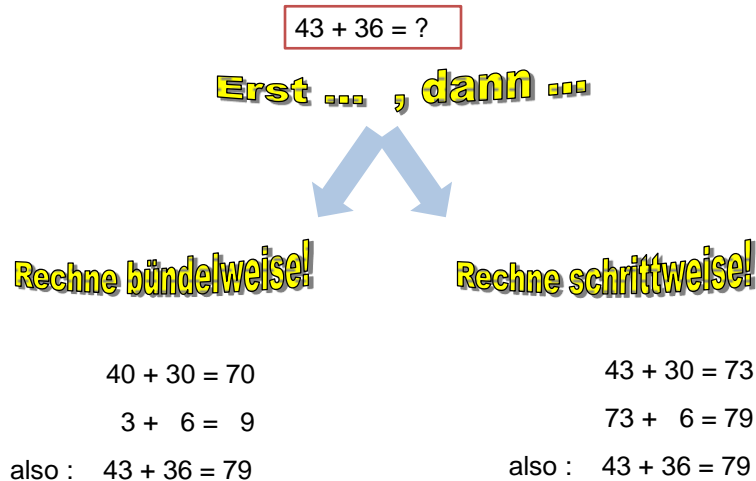
Additives Rechnen im Zahlenraum bis 100
 Analoge Beherrschung des Zahlenraums bis 100

Strategie: **Nutze die Analogie!**



Additives Rechnen im Zahlenraum bis 100
 Strategische Beherrschung des Zahlenraums bis 100

Strategie: **Zerlege in einfachere Teilaufgaben!**



Additives Rechnen im Zahlenraum bis 100
Strategische Beherrschung des Zahlenraums bis 100

Strategie:

**Erst vereinfachen,
dann "korrigieren"!**

$$29 + 17 = ?$$

$$30 + 17 = 47$$

also: $29 + 17 = 46$

Strategie:

**Andere Aufgabe,
dasselbe Ergebnis!**

$$29 + 17 = 30 + 16$$

$$30 + 16 = 46$$

also: $29 + 17 = 46$

Additives Rechnen im Zahlenraum bis 100
Halbschriftliches Rechnen

Kompetenzerwartungen am Ende der Schuleingangsphase

Die Schülerinnen und Schüler

- lösen Additions- und Subtraktionsaufgaben im Zahlenraum bis 100 unter Ausnutzung von Rechengesetzen und Zerlegungsstrategien mündlich oder **halbschriftlich** (auch unter Verwendung von Zwischenformen)

Beim halbschriftlichen Rechnen werden

Zwischen-Schritte und/oder **Zwischen-Ergebnisse**
notiert.

Die **Notierung** dient

- der Entlastung des Gedächtnisspeichers
- dem Ordnen des Denkens;
d.h. zum eigenen Verständnis
und zur Mitteilung an andere

Additives Rechnen im Zahlenraum bis 100 Halbschriftliches Rechnen

Halbschriftliches Rechnen

ist gekennzeichnet durch

Offenheit des Weges →



Offenheit der Notierung →



keine halbschriftlichen
„Verfahren“

„Verfahren“ suggeriert eine Festlegung auf einen Weg und eine Notierung

Die Wahl des Weges ist

- subjektiv und sozial bedingt
- numerisch bedingt
- kontext-abhängig

Die Wahl der Notierung ist

- subjektiv und sozial bedingt
- kontext-abhängig
- weg-abhängig

Additives Rechnen im Zahlenraum bis 100 Halbschriftliches Rechnen

Mögliche Notierungen

- Strich-Punkt-Darstellung der Zahlen („Geheimschrift“)
- Sprünge am Rechenstrich („leeren Zahlenstrahl“)
- Zerlegung in Teil-Aufgaben mit Operator-Pfeil-Darstellung
- Zerlegung in Teil-Aufgaben und ihre Notierung in einer Nebenrechnung
- Zerlegung in Teil-Aufgaben mit Notierung/Streichung von Zwischen-Ergebnissen

Rechen-Strategien

Rechne bündelweise.

Zerlege die 2.Zahl und rechne schrittweise

Verschiedene Strategien